## Estimation analytique et modélisation de la diffusivité d'eau au cours du séchage convectif de la mangue en considérant deux zones de diffusion

A.O. Dissa<sup>a,\*</sup>, H. Desmorieux<sup>b</sup>, D.J. Bathiebo<sup>a</sup>, J. Koulidiati<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Laboratoire de Physique et de Chimie de l'Environnement (LPCE), Unité de Formation et de Recherche en Sciences Exactes et Appliquées (UFR/SEA), Université de Ouagadougou, BP 7021, Burkina Faso

<sup>b</sup> Laboratoire d'Automatisme et de Génie des Procédés (LAGEP), UCBL1-CNRS UMR 5007-CPE Lyon, Bât.308G, 43 bd du 11 Nov.1918 Villeurbanne, Université Claude Bernard Lyon1, Lyon, France

(Reçu le 15/12/2010 – Accepté après corrections le 20/05/2011)

**Résumé** : Le procédé de séchage occupe une place très importante dans le processus de conservation de la mangue. Il est donc essentiel de maîtriser les caractéristiques de séchage de ce fruit afin d'avoir un produit sec de bonne qualité. Dans cette étude, la diffusivité de la mangue a été estimée analytiquement en considérant deux zones de diffusion et un modèle de diffusivité a été établi. Les diffusivités estimées varient entre  $6.19 \times 10^{-10}$  et  $5.21 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s pour la première zone de diffusivités varient fortement avec la température de l'air de séchage et faiblement avec sa vitesse et son humidité relative. Les diffusivités évaluées à la deuxième zone correspondant aux faibles teneurs en eau sont largement inférieures à celles évaluées à la première zone correspondant aux fortes teneurs en eau. La température et la teneur en eau sont ainsi les deux paramètres physiques dont dépend essentiellement la diffusivité. Une corrélation de type Arrhenius modifiée donnant la diffusivité en fonction de ces paramètres a alors été établie. Les diffusivités calculées à l'aide de cette corrélation étaient très proches des diffusivités expérimentales avec une différence relative allant de 3.12 à 20.76 %.

Mots clés : mangue, séchage convectif, diffusivité, zone de diffusion, teneur en eau, température

## Analytical estimation and modelling of water diffusivity during convective drying of mango by considering two zones of diffusion

**Abstract:** Drying process occupies a very significant place in mango conservation process. It is thus essential to control the drying characteristics of this fruit in order to have a good quality dry product. In this study, the diffusivity of mango was analytically estimated by considering two zones of diffusion and a diffusivity model was established. Estimated diffusivities ranged from  $6.19 \times 10^{-10}$  to  $5.21 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s for the first zone of diffusion and from  $8.79 \times 10^{-11}$  to  $4.24 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s for the second zone of diffusion. These diffusivities strongly varied with drying air temperature and weakly with its velocity and its relative humidity. Diffusivities evaluated at the second zone corresponding to the low water contents were widely lower than those evaluated at the first zone corresponding to the high water contents. Temperature and water content were thus the two main physical parameters on which diffusivity depends. A modified Arrhenius type correlation relating diffusivity to these parameters was then established. Diffusivities calculated from this correlation were very close to experimental diffusivities with a relative difference ranging from 3.12 to 20.76 %.

Key words : mango, convective drying, diffusivity, zone of diffusion, water content, temperatur

<sup>\*</sup> Auteur correspondant : Alfa Oumar DISSA

E\_mail : <u>alfadissa@yahoo.fr; alfa\_dissa@univ-ouaga.bf</u>

### 1. Introduction

La mangue (Mangifera indica L.) fait partie des fruits saisonniers les plus produits et consommés dans les régions tropicales et subtropicales. Ce fruit représente une source importante de vitamines A et C et de beta carotène pour certains pays africains en voie de développement. <sup>[1]</sup> En se référant aux données statistiques de l'Organisation pour l'Alimentation et l'Agriculture, les pertes post récolte sont estimées à plus de 50 % de la production totale de mangue de ces pays.<sup>[2]</sup> Des procédés industriels tels que le séchage sont de plus en plus utilisés pour transformer les mangues fortement périssables en produit fini stockable. Cependant, le séchage de la mangue reste encore mal maîtrisé à cause du mauvais dimensionnement des séchoirs et de la méconnaissance des caractéristiques de séchage du produit (cinétiques de séchage, vitesses de séchage, diffusivité d'eau etc.). Des travaux récents sur le séchage de la mangue <sup>[3,4]</sup> ont montré que la diffusion est le mécanisme physique dominant du procédé de séchage de ce produit et que la diffusivité d'eau est une caractéristique de séchage importante à identifier pour ce produit. C'est dans ce cadre que s'inscrit cette étude dont le but est d'identifier expérimentalement la diffusivité des tranches de mangue et d'établir une corrélation entre la diffusivité d'eau du produit et les paramètres principaux de séchage (teneur en eau, température de séchage, vitesse et hygrométrie de l'air de séchage). Dans la littérature, quelques auteurs se sont intéressés au séchage des variétés de mangue d'Afrique de l'Ouest. <sup>[3-8]</sup> Cependant, bien que la diffusivité d'eau soit l'un des paramètres de séchage les plus importants, ces travaux effectués jusque là n'ont pas porté d'attention sur l'établissement d'une loi de diffusion donnant la diffusivité du produit au cours du séchage en fonction des paramètres essentiels de séchage. Aussi, l'objectif de cette étude est d'estimer analytiquement la

diffusivité de la mangue en considérant deux zones de diffusion (la zone des fortes teneurs en eau en début de séchage et la zone des faibles teneurs en eau) et d'établir une corrélation entre la diffusivité et les autres paramètres de séchage. Ce travail contribue ainsi à une bonne maîtrise du séchage convectif de la mangue.

### **Nomenclature**

D : diffusivité d'eau avec prise en compte de la
contraction (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
$D_0$ : diffusivité d'eau sans prise en compte de la
contraction (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
$D_1$ : diffusivité d'eau à la 1 <sup>ère</sup> zone de diffusion (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
$D_2$ : diffusivité d'eau à la 2 <sup>ème</sup> zone de diffusion (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
DR : différence relative
<i>e</i> : moitié de l'épaisseur de la tranche de mangue ( <i>m</i> )
HR : humidité relative (%)
M: masse (kg)
$m_{\rm s}$ : masse de matière sèche (kg)
$R$ : constante des gaz parfait, $R=8.3145 Jmol^{-1}K^{-1}$
$R^2$ : coefficient de détermination
S : surface d'échange du produit $(m^2)$
$S_b$ : coefficient de contraction volumique
T: température (°C, °K)
T : temps de séchage (s)
$t_{crl}$ : temps de séchage à la 1 <sup>ère</sup> teneur en eau critique (s)
V: volume (m <sup>3</sup> )
$V_a$ : vitesse de l'air (m/s)
$\overline{X}$ : teneur en eau (kg <sub>eau</sub> /kg <sup>-1</sup> <sub>ms</sub> bs)
$X_{crl}$ : $I^{ere}$ teneur en eau critique en base sèche ( kg <sub>eau</sub> / kg
ms)
$X_{cr2}$ : 2 <sup>sub</sup> teneur en eau critique en base seche ( kg <sub>eau</sub> / kg
ms) $V = 2^{eme}$
$X_{cr3}$ : 5 teneur en eau critique en base seche ( $kg_{eau}/kg$
ms) $V_{\rm res}$ to nour on any d'équilibre on base shehe ( $1 c q_{\rm res}^{-1}$ )
$A_{eq}$ : teneur en eau a equinore en base seche ( $kg_{eau}/kg$
ms)

#### Lettres Grecques

 $\phi$ : rapport de teneur en eau  $\left(\frac{X - X_{eq}}{X_{cr1} - X_{eq}}\right)$ 

 $\Phi_m$ : vitesse de séchage corrigée (kg<sub>eau</sub>/m<sup>2</sup>.s)  $\Phi_{m,0}$ : vitesse de séchage non corrigée (kg<sub>eau</sub>/m<sup>2</sup>.s)

#### <u>Indice</u>

 $\theta$ : initial ou sans prise en compte de la contraction (selon le cas)

 $1:1^{ere}$  zone de diffusion

- $2: 2^{\text{ème}}$  zone de diffusion
- a : air
- cr : critique
- eq : equilibre
- m: modèle
- ms : matière sèche

### 2. Matériel et méthodes

### 2.1 Echantillons de mangue

Les échantillons de mangue utilisés pour les expériences de séchage sont de la variété Amélie. Ces fruits ont été achetés au marché de fruits CINKARYARE de Ouagadougou (Burkina Faso) et transportés (d'avril à Juillet 2007) au Laboratoire d'Automatisme et de Génie de Procédé (LAGEP) de l'Université Claude Bernard Lyon 1 (France). Amélie est une variété précoce produite d'avril à mi-juin. A maturité, sa teneur en sucre est de l'ordre de 14.0± 1.7°Brix et son acidité près de  $8.9 \pm 3.1 \text{ mmol}$  pour 100g de pulpe. Pour chaque opération de séchage, des fruits de bonne qualité ont été sélectionnés et lavés à l'aide d'eau additionnée de quelques gouttes d'eau de javel puis rincés à l'eau potable. A l'aide d'un couteau en acier inoxydable, ces fruits ont été pelés, dénoyautés puis découpés en tranches selon l'épaisseur voulue pour chaque manipulation.

### 2.2. Les cinétiques de séchage

Les courbes de séchage ont été établies avec un séchoir de laboratoire Votsch Industrietechnik (Germany) régulé en humidité température et en et précédemment utilisé par Dissa et al. [3,4]. Pour chaque mesure de séchage, trois tranches parallélépipédiques de dimensions 4x2x1 cm<sup>3</sup> sont extraites du fruit pelé et dénovauté à l'aide d'un couteau tranchant et d'un pied à coulisse de marque Mitutoyo (Japon) de précision 0,5 mm. Les échantillons obtenus sont ensuite placés dans le séchoir initialement réglé à la température et à l'humidité relative de séchage. Ils sont régulièrement retirés du séchoir et pesés à l'aide d'une balance digitale Master Pro SARTORIUS (France) de précision 0,001g chaque dix minute. Les différentes prises de masse effectuées pour différentes conditions de séchage permettent à la fin du processus d'établir la cinétique de séchage (teneur en eau en

fonction du temps) une fois la masse de matière sèche connue.

### 3. Traitement des données de séchage

### 3.1 Estimation de la matière sèche et établissement des courbes de séchage

A la fin des opérations de séchage, les échantillons sont maintenus dans le séchoir à 70 °C pendant 24h pour évaluer la masse sèche <sup>[9]</sup>. De la valeur de la masse sèche, la teneur en eau de chaque échantillon aux différentes étapes du séchage est exprimée comme :

$$X(t) = \frac{m(t) - m_s}{m_s} \tag{1}$$

Où X(t) et m(t) sont respectivement la teneur en eau en base sèche et la masse de l'échantillon à l'instant t du séchage et  $m_s$  sa masse sèche.

Les cinétiques de séchage ont alors été représentées par la courbe de variation du

rapport  $\frac{X}{X_0}$  en fonction du temps de

séchage t, où  $X_0$  est la teneur en eau initiale.

La vitesse de séchage en terme de flux massique a été estimée par différentiation de la masse de l'échantillon en fonction du temps de séchage selon la relation <sup>[10]</sup>:

$$\Phi_{m,0} = -\frac{1}{S_0} \frac{dm}{dt} = -\frac{m_s}{S_0} \frac{dX}{dt} \approx \frac{m_s}{S_0} \frac{X(t) - X(t + \Delta t)}{\Delta t}$$
(2)

Où  $\Phi_{m,0}$  est le flux massique non corrigé par les données de contraction  $(kg_{eau}/s.m^2)$ , t le temps de séchage,  $\Delta t$  le pas de temps entre deux mesures successives et  $S_0$  la surface initiale d'échange de l'échantillon. Au fur et à mesure que le procédé de séchage avance dans le temps. l'échantillon se rétrécit et sa surface d'échange diminue progressivement. Pour prendre en compte la contraction du produit au cours du séchage, la vitesse de séchage a été corrigée selon la relation (3):

$$\Phi_{m} = -\frac{m_{s}}{S_{0}} S_{b}^{-2/3} \frac{dX}{dt} \approx -\frac{m_{s}}{S_{0}} S_{b}^{-2/3}(t) \frac{X(t) - X(t + \Delta t)}{\Delta t}$$
(3)

Où  $S_b$  est le coefficient de contraction volumique de l'échantillon défini par <sup>[3]</sup>:

$$S_b(t) = \frac{1 + 1.4687X(t)}{1 + 1.4687X_0} \tag{4}$$

La courbe du flux massique  $\Phi_m$  en fonction de  $\frac{X}{X_{\circ}}$  représente ainsi la courbe de vitesse

de séchage des échantillons de mangue.

### 3.2. Evaluation de la diffusivité

En considérant le transfert d'humidité unidirectionnel, la diffusivité constante de teneur dans la gamme en eau considérée, la couche de mangue homogène et de forme parallélépipédique; l'équation de diffusion de Fick s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \tag{5}$$

En supposant la distribution de la teneur en humidité initiale uniforme, la résistance aux transferts externes négligeable, la contraction de la tranche pendant le séchage négligeable et la température constante lors du séchage, la solution analytique de l'équation (5) est <sup>[11]</sup>:

$$\frac{X - Xeq}{X_0 - Xeq} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp(-(2n+1)^2 \frac{\pi^2}{4} \frac{D_0 t}{e_0^2})$$
(6)

 $e_0$  est l'épaisseur initiale Où de l'échantillon et  $D_0$  sa diffusivité sans prise en compte de la contraction et  $X_{eq}$  la teneur en eau d'équilibre calculée à partir de l'expression suivante <sup>[3]</sup>:

$$X_{eq} = \left[\frac{-\ln(1 - HR)}{0.0193(T + 44.36)}\right]^{1/0.3316}$$
(7)

Où HR est l'humidité relative de l'air de séchage et T la température du produit en Kelvin.

En séchage convectif, cette solution n'est valable que lorsque le mécanisme de désorption d'eau du produit est contrôlé par la diffusion interne d'humidité qui a lieu pendant la phase de séchage à vitesse

décroissante. Aussi, l'identification de la diffusivité effective à partir de l'équation (6) doit se faire en fixant la teneur en eau initiale égale à  $X_{cr1}$  appelée première teneur en eau critique et le temps doit être pris égal à zéro à partir de  $X=X_{crl}$ . Cette première teneur en critique  $X_{cr1}$  représente la transition entre l'étape du contrôle du séchage par les transferts convectifs externes et celle du contrôle par les transferts diffusifs internes. Ainsi, en tenant compte des conditions ci-dessus et en prenant en compte le rétrécissement de l'échantillon, la loi d'évolution de la teneur en eau en phase de séchage à vitesse décroissante peut s'établir sous la forme :

$$\phi = \frac{X - X_{eq}}{X_{er1} - X_{eq}} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp(-(2n+1)^2 \frac{\pi^2}{4} \frac{Dt}{e(t)^2})$$
(8)

Avec  $\phi$  la teneur en eau réduite et  $X_{crl}$  la première teneur en eau critique, D la diffusivité avec prise en compte de la contraction et e l'épaisseur à un instant tdéfinie par<sup>[12]</sup>:

$$\frac{e(t)}{e_0} = 0.4968 + 0.4798 \frac{X(t)}{X_0}; R^2 = 0.974$$
<sup>(9)</sup>

Dans le modèle analytique utilisé, on introduit une deuxième et une troisième teneurs en eau critiques  $X_{cr2}$  et  $X_{cr3}$  <sup>[13]</sup>. Pour déterminer la diffusivité, la solution analytique de l'équation de diffusion a été simplifiée en la linéarisant de deux manières par intervalle : au début de la phase de diffusion entre la première teneur en eau critique et la deuxième, et à sa fin entre la deuxième teneur en eau critique et la troisième. La deuxième teneur en eau critique représente la teneur en eau à laquelle la solution analytique passe d'une forme simplifiée à l'autre. La troisième teneur en eau critique représente la teneur en eau de transition entre la phase de diffusion de liquide et celle de diffusion de vapeur. Elle représente la fin du domaine de détermination de la diffusivité d'eau liquide.

# 3.2.1 Evaluation de la diffusivité entre la première et la deuxième teneur en eau critique

En considérant les temps courts de diffusion correspondant aux teneurs en eau comprises entre la première et la deuxième teneur en eau critique, l'équation (8) est simplifiée sous la forme <sup>[11]</sup>:

$$\phi = 1 - 2 \left( \frac{D_1(t - t_{cr1})}{\pi e(t)^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$
(10)

Cette équation peut être alors présentée sous la forme linéaire :

$$\phi = 1 - \alpha \left( \frac{t - t_{cr1}}{e(t)^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$
(11)

Avec :

$$\alpha = \left(\frac{4D_I}{\pi}\right)^{1/2} \tag{12}$$

Où  $D_l$  est la diffusivité identifiée de cette première zone de diffusion (pour  $X_{cr2} < X(t) < X_{crl}$ ) et  $t_{crl}$  l'instant où l'échantillon est à sa première teneur en eau critique ( $X=X_{crl}$ ).

La courbe de la teneur en eau réduite en fonction de la racine carrée du rapport du temps et du carrée de l'épaisseur a un profil quasi-linéaire dans la gamme de teneur en eau considérée (figure 4). La diffusivité a alors été calculée à partir de la pente de cette droite en utilisant les données expérimentales de contraction donnant l'évolution de l'épaisseur en fonction du temps.

# 3.2.2 Evaluation de la diffusivité entre la deuxième et la troisième teneur en eau critique

Pour les temps longs de diffusion correspondant aux teneurs en eau inférieures à la deuxième teneur en eau critique, l'équation (8) devient :

$$\phi = \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} D_2 \frac{(t - t_{cr1})}{e(t)^2}\right)$$
(13)

L'équation (13) a été modifiée sous la forme linéaire suivante :

$$\ln(\phi) = \ln \frac{8}{\pi^2} - \beta \left( \frac{t - t_{cr1}}{e(t)^2} \right)$$
(14)

Avec 
$$\beta = \frac{\pi^2 D_2}{4}$$

A partir de l'équation (14), la courbe du logarithme de la teneur en eau réduite en fonction du rapport du temps et du carré de l'épaisseur approche un profil linéaire dans la gamme de teneur en eau considérée. La diffusivité  $D_2$  de la deuxième zone de diffusion a ainsi été identifiée à partir de la pente de cette courbe.

### 3.3 Calcul d'erreur

Dans cette étude, les diffusivités ont été évaluées avec ou sans prise en compte du rétrécissement du produit au cours du séchage. Afin d'illustrer l'influence du retrait sur la valeur de la diffusivité d'eau, les deux types de diffusivités ont été comparées à partir de la différence relative (DR) donnée par la relation (15). Par la suite, une corrélation donnant la diffusivité d'eau en fonction de la teneur en eau et de la température a été établie à partir des diffusivités expérimentales. La qualité de l'ajustement de la diffusivité par cette loi a été déterminée par les valeurs de l'écart type et de la différence relative entre les valeurs expérimentales et celles données par le modèle.

$$DR = \frac{D_0 - D}{D_0} \times 100$$
 (15)

Où  $D_0$  est la valeur de la diffusivité sans prise en compte du rétrécissement et Dcelle avec prise en compte du rétrécissement ou celle donnée par le modèle.

### 4. Results and discussions

## 4.1 Evaluation des teneurs en eau critiques

Dans ce travail, sept (7) conditions opératoires donnant l'influence de la température, de la vitesse de l'air et de l'hygrométrie ont été utilisées pour étudier la diffusivité. Ainsi, les courbes de séchage de ces différentes conditions sont présentées sur la figure 1 et les vitesses de séchage correspondantes sont illustrées sur la figure 2. A partir de ces courbes, la teneur en eau critique  $X_{crl}$  (représentant la transition entre la phase de séchage à vitesse constante et celle à vitesse décroissante) a été estimée à partir de la méthode des tangentes. Un exemple type de détermination de cette teneur en eau critique est présenté sur la figure 3. Les valeurs de  $X_{cr1}$  évaluées pour les différentes conditions opératoires sont très proches mais ne sont pas identiques. Afin d'avoir un X<sub>cr1</sub> global pour l'ensemble de nos courbes de séchage, nous avons choisi sa plus petite valeur (figure 3). Ce choix a été fait pour être certain d'être dans la phase de séchage à vitesse décroissante audelà de  $X_{cr1}$  pour l'ensemble des courbes. Ainsi, la valeur de cette première teneur en eau critique trouvée a été  $X_{cr1} = 0.14X_0$ . La deuxième teneur en eau critique  $X_{cr2}$ introduite n'a signification aucune physique mais représente la teneur en eau de référence à partir de laquelle il convient de changer la forme simplifiée de la solution analytique de l'équation de Fick de l'évolution linéaire de  $X/X_{cr1}$  à celle de  $\ln(X/X_{cr1})$ .  $X_{cr2}$  a été linéaire identifiée pour des temps courts de séchage pour lesquels  $X/X_{crl}$  évolue presque linéairement avec  $[(t - t_{cr1}) / e(t)^2]^{1/2}$ . Cette évolution pour l'ensemble des courbes de séchage est illustrée par la figure 4. La valeur de  $X_{cr2}$  obtenue est  $X_{cr2} = 0.35X_{cr1}$ soit  $X_{cr^2} = 0.049 X_0$ . La troisième teneur en eau critique  $X_{cr3}$  marque la fin de la période de séchage à vitesse décroissante

et traduit la teneur en eau limite du domaine d'évaluation de la diffusivité. Elle représente la transition entre l'état de diffusion d'eau liquide et celui de diffusion de vapeur d'eau au sein du produit.  $X_{cr3}$  est aussi la teneur en eau limite des temps longs pour lesquels  $\ln(X/X_{cr1})$  évolue quasi-linéairement avec la durée du séchage. Elle a été obtenue en représentant  $\ln(X/X_{cr1})$  en fonction de  $(t-t_{cr1})/e(t)^2$ . Pour l'ensemble des courbes de séchage, le profil linéaire de  $\ln(X/X_{cr1})$  dans le domaine  $[X_{cr2} - X_{cr3}]$  est facilement observable sur la figure 5. La valeur de  $\ln(X_{cr3} / X_{cr1})$  déterminée géométriquement est de -1.7 soit

geometriquement est de (1.7) sont  $X_{cr3} = 0.183X_{cr1}$  et  $X_{cr3} = 0.026X_0$ . L'ensemble des trois teneurs en eau critiques considérées dans notre étude et correspondant aux limites des domaines d'approximation de la solution de Cranck (11) ont alors été précisées sur les **figures 2**, **4**, et 5.

### 4.2 Evaluation des diffusivités

Les diffusivités aux deux domaines de diffusion ont été évaluées en supposant le rétrécissement du produit unidirectionnel suivant l'épaisseur. Afin de voir l'impact relatif de la prise en compte de la contraction sur la valeur de la diffusivité, cette dernière a été déterminée dans chaque cas de deux manières : avec prise en compte du retrait et sans prise en compte du retrait.

## **4.2.1** Diffusivité identifiée entre $X_{cr1}$ et $X_{cr2}$

Pour la première région de diffusion, les diffusivités ont été évaluées à partir de la pente des portions de droite comprises entre  $\phi_{cr1}=1$  et  $\phi_{cr2}=0.35$  (**figure 4**). Cette zone correspond au domaine de teneur en eau où la teneur en eau réduite  $\phi$  varie linéairement en fonction de la racine carré du rapport du temps et de la distance au carré.



Figure 1 : Cinétique de séchage des tranches de mangue pour plusieurs conditions opératoires: teneur en eau réduite en fonction du temps de séchage.



Figure 2 : Vitesses de séchage en fonction de la teneur en eau réduite: Illustration des teneurs en eau critiques.



Figure 3 : Exemple type d'évaluation de la première teneur en eau critique

Les diffusivités calculées aux différentes conditions de séchage sont présentées sur le Tableau 1. Les régressions linéaires ont été réalisées avec un coefficient de détermination R<sup>2</sup>≈0.9941. Les diffusivités non corrigées variaient entre 3.11 x10<sup>-9</sup> et  $5.21 \text{ x}10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  et les diffusivités corrigées allaient de 6.19 x10<sup>-10</sup> à 1.47 x10<sup>-9</sup>  $m^2/s$ . Dans les deux cas, on peut remarquer sur le Tableau 1 que la diffusivité augmente largement avec la température tandis que l'hygrométrie et la vitesse de l'air n'influencent pas considérablement sa valeur. De nombreux travaux ont observé une tendance similaire pour les diffusivités produits alimentaires : d'autres la diffusivité s'élève de 4.27  $\times 10^{-10}$  à 13.0  $x10^{-10}$  m<sup>2</sup>/s pour le gombo séché de 50 à 70°C <sup>[14]</sup>, de 4.084 x10<sup>-10</sup> à 17.8 x10<sup>-10</sup> m<sup>2</sup>/s pour le champignon séché de 45 à 75°C <sup>[15]</sup>, de 5.63  $\times 10^{-10}$  à 1.30  $\times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s pour la mangue séchée de 40 à 70°C<sup>[3]</sup>, de 4.24 x10<sup>-10</sup>-19.2 x10<sup>-10</sup> pour la pomme de terre séchée de 40 à 85°C<sup>[13]</sup> et de 3.88 x10<sup>-10</sup> à 9.38  $\times 10^{-10}$  pour les tranches de potiron séchées de 50 à 60°C <sup>[16]</sup>. Ce résultat montre que dans la phase à vitesse de séchage décroissante (pour  $X < X_{crl}$ ), les transferts au cours du séchage de la mangue sont contrôlés par les transferts

internes essentiellement dominés par le mécanisme de diffusion. Les conditions extérieures n'influençant pas le séchage pendant cette période, la surface du produit est alors en équilibre avec l'extérieur et sa teneur en eau est égale à la teneur en eau d'équilibre donnée par l'isotherme de sorption du produit dans ces mêmes conditions. Selon les résultats présentés dans le Tableau 1, les différences observées entre les valeurs de la diffusivité non corrigées et corrigées par les données de rétrécissement du produit sont très importantes. Les différences relatives entre ces valeurs (exprimées en %) sont souvent très élevées et vont de 17.64 % à 71.78 %. Leur écart type oscille entre  $1.37 \times 10^{-10}$  et  $2.65 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s et est de surcroît toujours supérieur à la valeur de la diffusivité proche de la réalité c'est-à-dire celle obtenue à partir des courbes corrigées. Ces résultats montrent que la non prise en compte du rétrécissement du produit dans les données de séchage de la mangue surévalue la valeur de la diffusivité.

## 4.2.2 Diffusivité identifiée entre $X_{cr2}$ et $X_{cr3}$

Cette région correspond aux teneurs en eau réduites comprises entre  $\phi_{cr2}=0.35$  et  $\phi_{cr2}=0.183$  (Figure4). Dans ce domaine de teneur en eau, le logarithme de la teneur eau réduite  $ln(\phi)$ évolue quasi en linéairement en fonction du rapport du temps et du carré de la distance. La diffusivité a été calculée à partir de la pente des portions de droite comprise entre  $ln(\phi=0.35)=-1.05$  $ln(\phi=0.183)=-1.7$ et (Figure 5). Les diffusivités identifiées aux différentes conditions de séchage sont Tableau 2. présentées sur le Les régressions linéaires des données ont été effectuées avec un coefficient de détermination R<sup>2</sup>=0.9935. Les diffusivités

calculées variaient de 2.23  $\times 10^{-10}$  à 4.24  $\times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s pour les valeurs non corrigées et de 8.79  $\times 10^{-11}$  à 1.01  $\times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s pour les valeurs corrigées. Ces valeurs de la diffusivité sont proches de celles données par Ruiz-López & García-Alvarado <sup>[17]</sup> pour une variété de mangue mexicaine qui variaient entre  $10^{-10}$  et 2  $10^{-9}$  m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>. Comme dans le cas de la première zone de diffusion, une différence assez significative existe entre les diffusivités obtenues à partir des données corrigées.



Figure 4 : Teneur en eau réduite en fonction de la racine carrée du rapport temps - carré de la moitié de l'épaisseur

Tableau I : Diffusivités évaluées dans la 1 <sup>ère</sup> z	cone de diffusion (domaine :	$X_{cr2} < X < X_{cr1}$	)
--	------------------------------	-------------------------	---

T <sub>a</sub>	HR <sub>a</sub>	$V_a(m/s)$	$D_1(m^2/s), e(t)$	$D_{0,1}(m^2/s), e_0$	Ecart type	Différence relative
50°C	15%	0.8	6.19 x10 <sup>-10</sup>	2.19 x10 <sup>-9</sup>	1.11 x10 <sup>-9</sup>	71.74 %
60°C	15%	0.8	9.38 x10 <sup>-10</sup>	3.30 x10 <sup>-9</sup>	1.67x10 <sup>-9</sup>	71.58 %
70°C	15%	0.8	1.47 x10 <sup>-9</sup>	5.21 x10 <sup>-9</sup>	2.65x10 <sup>-9</sup>	71.79 %
60°C	20%	1.6	7.90 x10 <sup>-10</sup>	1.03 x10 <sup>-9</sup>	1.70 x10 <sup>-10</sup>	23.30 %
60°C	40%	1.6	9.06 x10 <sup>-10</sup>	1.10 x10 <sup>-9</sup>	1.37 x10 <sup>-10</sup>	17.64 %
60°C	20%	0.8	8.58 x10 <sup>-10</sup>	1.26 x10 <sup>-9</sup>	2.84 x10 <sup>-10</sup>	31.90 %
60°C	20%	0.48	8.15 x10 <sup>-10</sup>	1.12 x10 <sup>-9</sup>	2.16 x10 <sup>-10</sup>	27.23 %

L'écart type entre ces diffusivités varie de  $9.55 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s à 2.43  $\times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s et représente 49.25 à 80.94 % des valeurs déterminées à partir des données non corrigées. De même, pour ce domaine de teneur en eau la négligence du retrait du produit dans l'étude du séchage surévalue énormément la diffusivité. Tout comme dans première zone de diffusion, la diffusivité dans deuxième zone augmente fortement avec la température et varie faiblement avec la vitesse et l'hygrométrie de l'air.

Pour chacune des conditions de séchage, la diffusivité évaluée à la deuxième étape de diffusion est largement inférieure à celle évaluée à la première étape de diffusion. On en déduit que la diffusivité de la mangue croît avec la teneur en eau. Ce comportement de la diffusion en phase liquide a déjà été relevé par certains

auteurs au cours du séchage des produits alimentaires. <sup>[13, 18]</sup> De ces résultats, on en déduit que les principaux paramètres physiques dont dépend la diffusivité de la mangue sont la température et la teneur en eau.

Au delà de la troisième teneur en eau critique la pente des courbes de séchage est relevée comme si la diffusivité commençait à accroître. Ce comportement traduit le passage de la phase de diffusion d'eau liquide à la phase de diffusion de vapeur. L'augmentation des vitesses de séchage s'explique par le fait que l'eau à l'état gazeux se déplace plus vite qu'à l'état liquide dans le matériau. Une tendance similaire a été observée par de nombreux auteurs dont Giovanelli et al.<sup>[19]</sup> pour des tranches de tomate et Diamante <sup>[20]</sup> pour la pomme de terre.





## 4.3 Etablissement d'une loi de dépendance X-T de la diffusivité

La fonction D(X,T)а été déterminée par identification paramétrique à l'aide des diffusivités des Tableaux 1 et 2 en utilisant un programme de régression multiple sous MATLAB 7.0.1. Les résultats de la section 4.2 montrent des valeurs de la diffusivité qui varient avec la température et la teneur en eau. La diffusivité a alors été simulée et ajustée en fonction de la température et de la teneur en eau. Ainsi, pour les teneurs en eau comprises entre  $X_{cr3}$  et  $X_{cr1}$ , l'ajustement des données numériques obtenues à l'aide d'un modèle de diffusivité (de type Arrhenius modifié) faisant intervenir simultanément la température et la teneur en eau a donné la relation semi-empirique suivante :

$$D(m^2/s) = 2.7795 \cdot 10^{-6} \exp(0.1204X) \cdot \exp(\frac{-22292}{R(T+273.15)})$$
(16)

Les diffusivités simulées ont été comparées à celles identifiées expérimentalement aux deux zones de diffusion (Tableau 3 & 4). Ces diffusivités simulées ont été calculées considérant les teneurs en en eau moyennes sur les deux zones de diffusion présentées sur les Tableaux 3 et 4. Selon ces tableaux, les diffusivités simulées et expérimentales étaient très proches et la différence relative entre leurs valeurs s'étend de 3.12 % à 20.76 %. L'énergie d'activation calculée à partir de ce modèle est de l'ordre de 22.292 kJ/mole et est en decà de 25.355 kJ/mole celle obtenue initialement par Dissa et al. <sup>[4]</sup> pour une loi de dépendance unique de la température et sans prise en compte de la contraction.

<b>Fableau II</b> : Diffusivités évaluées dans la 2 <sup>er</sup>	<sup>ne</sup> zone de diffusion	(domaine : $X_{cr3} < X < X_{cr2}$ )
---	---------------------------------	--------------------------------------

Ta	HR <sub>a</sub>	V <sub>a</sub> (m/s)	D <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> /s),e(t)	D <sub>0,2</sub> (m <sup>2</sup> /s),e <sub>0</sub>	Ecart type	Différence relative
50°C	15%	0.8	6.45 x10 <sup>-10</sup>	1.37 x10 <sup>-9</sup>	5.13 x10 <sup>-10</sup>	52.92 %
60°C	15%	0.8	7.72 x10 <sup>-10</sup>	3.15 x10 <sup>-9</sup>	1.68 x10 <sup>-9</sup>	75.49 %
70°C	15%	0.8	1.01 x10 <sup>-9</sup>	4.05 x10 <sup>-9</sup>	2.15 x10 <sup>-9</sup>	75.06 %
60°C	20%	1.6	8.79 x10 <sup>-11</sup>	2.23 x10 <sup>-10</sup>	9.55 x10 <sup>-11</sup>	60.58 %
60°C	40%	1.6	6.72 x10 <sup>-10</sup>	2.61 x10 <sup>-9</sup>	1.37 x10 <sup>-9</sup>	74.25 %
60°C	20%	0.8	8.12 x10 <sup>-10</sup>	1.60 x10 <sup>-9</sup>	5.57 x10 <sup>-10</sup>	49.25 %
60°C	20%	0.48	8.08 x10 <sup>-10</sup>	4.24 x10 <sup>-9</sup>	2.43 x10 <sup>-9</sup>	80.94 %

**Tableau III** : Comparaison des diffusivités expérimentales et calculées dans la 1<sup>ère</sup> zone de diffusion (domaine :  $X_{cr2} < X < X_{cr1}$ )

T <sub>a</sub> (°C)	HR <sub>a</sub> (%)	V <sub>a</sub> (m/s)	X <sub>m1</sub> (bs)	Valeurs expérimentales D <sub>1</sub> (m <sup>2</sup> /s)	Valeurs du modèle D <sub>1m</sub> (m <sup>2</sup> /s)	Différence relative (%)
0	15	0.8	0.711	6.19 x10 <sup>-10</sup>	7.49 x10 <sup>-10</sup>	17.32
60	15	0.8	0.829	9.38 x10 <sup>-10</sup>	9.74 x10 <sup>-10</sup>	3.75
70	15	0.8	0.726	1.47 x10 <sup>-9</sup>	1.22 x10 <sup>-9</sup>	20.76
60	20	1.6	0.991	7.90 x10 <sup>-10</sup>	9.94 x10 <sup>-10</sup>	20.49
60	20	0.8	1.025	8.58 x10 <sup>-10</sup>	9.98 x10 <sup>-10</sup>	14.0
60	20	0.48	0.619	8.15 x10 <sup>-10</sup>	9.50 x10 <sup>-10</sup>	14.22
60	40	1.6	0.487	9.06 x10 <sup>-10</sup>	9.35 x10 <sup>-10</sup>	3.12

T <sub>a</sub> (°C)	HR <sub>a</sub> (%)	V <sub>a</sub> (m/s)	X <sub>m2</sub> (bs)	Valeurs expérimentales D <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> /s)	Valeurs du modèle $D_{2m}(m^2/s)$	Différence relative (%)
50	15	0.8	0.284	6.45 x10 <sup>-10</sup>	7.11 x10 <sup>-10</sup>	9.30
60	15	0.8	0.335	7.72 x10 <sup>-10</sup>	9.18 x10 <sup>-10</sup>	15.92
70	15	0.8	0.308	1.01 x10 <sup>-9</sup>	1.16 x10 <sup>-9</sup>	12.75
60	20	1.6	0.404	8.79 x10 <sup>-10</sup>	9.26 x10 <sup>-10</sup>	5.07
60	20	0.8	0.445	8.12 x10 <sup>-10</sup>	9.31 x10 <sup>-10</sup>	12.73
60	20	0.48	0.262	8.08 x10 <sup>-10</sup>	9.10 x10 <sup>-10</sup>	11.22
60	40	1.6	0.233	6.72 x10 <sup>-10</sup>	9.07 x10 <sup>-10</sup>	25.86

**Tableau IV** : Comparaison des diffusivités expérimentales et calculées dans la 2<sup>ème</sup> zone de diffusion (domaine :  $X_{cr3} < X < X_{cr2}$ )

4.4 Comparaison des diffusivités estimées avec celles d'autres produits alimentaires Les diffusivités des tranches de mangue établies dans notre étude s'étendent entre 8.79  $\times 10^{-11}$  et 5.21  $\times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s. Ces diffusivités sont proches des gammes de diffusivités des produits alimentaires rapportées par différents auteurs (22 x10<sup>-</sup> <sup>11</sup>–0.94 x10<sup>-9</sup> m<sup>2</sup>/s par Pavon-Melendez et al. <sup>[21]</sup>, 10<sup>-11</sup>-10<sup>-9</sup> m<sup>2</sup>/s par Madamba et al. <sup>[22]</sup>). Nos diffusivités sont aussi proches de celles de nombreux fruits: 0.1322 x10<sup>-11</sup>-0.9629 x10<sup>-9</sup> m<sup>2</sup>/s pour le Litchi <sup>[23]</sup>, 38.8  $x10^{-11} - 0.938 x10^{-9} m^{2}/s$  pour le poitiron [16], 23.2  $x10^{-11}$ -2.76  $x10^{-9}$  pour la mûre <sup>[24]</sup>; légumes :  $42.7 \times 10^{-11} - 1.3 \times 10^{-9}$  pour le gombo <sup>[14]</sup>,  $35.5 \times 10^{-11} - 1.92 \times 10^{-9}$  pour la pomme de terre <sup>[13]</sup> et de celles d'autres produits alimentaires tels que le biscuit  $(35.3 \times 10^{-11}-6.59 \times 10^{10} \text{ m}^2/\text{s})^{[25]}$  et le champignon (4.084 x10<sup>-10</sup>-17.8 x10<sup>-10</sup>  $m^{2}/s)^{-[26]}$ . Nos diffusivités sont ainsi comparables à celles de ces auteurs; les différences observées sont liées aux différences de produit, de conditions de séchage et de teneurs en eau initiale.

### 5. Conclusion

Dans ce travail, la diffusivité d'eau au cours du séchage de tranches de mangue a été estimée analytiquement à partir de deux zones de diffusion et un modèle de diffusivité de type *X*-*T* a été proposé. Les

diffusivités estimées s'étendaient globalement entre  $8.79 \times 10^{-11}$  et 5.21 x $10^{-9}$ m<sup>2</sup>/s et variaient fortement avec la température de séchage. Les diffusivités évaluées à la deuxième zone de diffusion (correspondant aux faibles teneurs en eau) étaient largement inférieures à celles évaluées à la première zone de diffusion (correspondant aux fortes teneurs en eau). La température et la teneur en eau étaient alors les deux principaux paramètres physiques dont dépendait la diffusivité de la mangue. Une loi de type Arrhenius modifiée donnant la diffusivité en fonction de ces paramètres a alors été développée. Les valeurs de la diffusivité données par cette loi étaient concordantes avec les valeurs expérimentales avec une différence relative allant de 3.12 à 20.76 %.

### Bibliographie

[1] Rankins, J., Sathe, S. K., Spicer, M. T., Solar Drying of Mangoes: Preservation of an Important Source of Vitamin A in French-Speaking West Africa. *Journal of the American Dietetic Association* (2008) 108:986-990;

[2] FAOSTAT, Food and Agriculture Organization (FAO), Resources page. Disponible à l'adresse: <u>http://faostat.fao.org/site/348/default.aspx</u> (2007) Consulté du 28 au 30 Décembre 2009;

[3] Dissa, A.O., Desmorieux, H.,Bathiebo, J., Koulidiati, J., Convective drying characteristics of Amelie mango

(Mangifera Indica L. cv. 'Amelie') with correction for shrinkage. Journal of food Engineering (2008) 88(4), 429–437;

[4] Dissa, A.O., Desmorieux, H., Almeck, A.,Bathiebo, J., Koulidiati, J., Drying of "Amelie" mango (*Mangifera Indica L.*): Influence of temperature on drying rates and shrinkage curves from 50 to 90°C. *J. Soc. Ouest-Afr. Chim.* (2010) 029 ; 55 -65;

[5] Dissa, A.O., Bathiebo, J., Kam, S.,

Savadogo, P.W., Desmorieux, H.,

Koulidiati, J., Modelling and experimental validation of thin layer indirect solar

drying of mango slices. *Renewable Energy* (2009) 34, 100-1008;

[6] Touré, S, Kibangu-Nkembo, S.,

Comparative study of natural solar drying of cassava, banana and mango. *Renewable Energy* (2004) 29, 975–90;

[7] Koua, K.B., Fassinou, W.F., Gbaha, P., Toure, S., Mathematical modelling of the thin layer solar drying of banana, mango and cassava. *Energy* (2009) 34, 1594– 1602;

[8] Gbaha, P., Yobouet, A.H., Kouassi,

S.J., Kaménan, K.B., Touré, S.,

Experimental investigation of a solar dryer with natural convective heat flow.

Renewable Energy (2007) 32:1829-1817;

[9] AOAC, Official methods of analysis.

No. 934-06. Association of Official

Chemists 1990, Washington, DC

[10] Dissa, A.O., Desmorieux, H.,

Savadogo, P.W., Segda, B.G., Koulidiati, J., Shrinkage, porosity and density

behaviour during convective drying of Spirulina, Journal of food Engineering

(2010), 97, 410-418;

[11] Crank, J., The mathematics of diffusion (2nd ed.), 1975 Oxford, London: Clarendon Press;

[12] Dissa, A., O. Séchage convectif de la mangue: étude de l'influence des paramètres aérauliques et intrinsèques, conception et modélisation du fonctionnement d'un séchoir solaire indirect. Thèse de l'Université de Ouagadougou, Burkina Faso, septembre 2007;

[13] Hassini, L., Azouz, S., Peczalski, R., Belghith, A., Estimation of potato moisture diffusivity from convective drying kinetics with correction of shrinkage, *Journal of Food Engineering* (2007), 79, 47-56;

[14] Doymaz, I., Drying charactéristics of okra. *Journal of food Engineering* (2005), 69, 275- 279 ;

[15] Da Silva C. K. F., Da Silva Z. E., Mariani, V. C., Determination of the diffusion coefficient of dry mushrooms using the inverse method, *Journal of food Engineering* (2009),95, 1-10;

[16] Doymaz, I., The kinetics of forced convective air-drying of pumpkin slices, *Journal of Food Engineering* (2006), 79, 243–248;

[17] Ruiz-López, I.I., & García-Alvarado, M.A., Analytical solution for food-drying kinetics considering shrinkage and variable diffusivity. *Journal of Food Engineering* (2007), 79, 208–216;

[18] Pel, L., Brocken, H., & Kopinga, K., Determination of moisture diffusivity in porous media using moisture concentration profiles. *International Journal of Heat Mass Transfer* (1996), 39, 1273–1280;

[19] Giovanelli, G., Zanoni, B., Lavelli, V., & Nani, R., Water sorption-drying and antioxidant properties of dried tomato products. *Journal of Food Engineering* 

(2002), 52, 135–141;

[20] Diamante, L. M., Drying characteristics of sweet potato slices. In Proceedings of the international conference of preservation and security (1994), pp. 187–199;

[21] Pavon-Melendez, G., Hernandez, J.A., Salgado, M. A., & Garcia, M. A.,

Dimensionnels analysis of the

simultaneous heat and mass transfer in food drying. *Journal of Food Engineering* (2002), 51, 347–353;

[22] Madamba, P. S., Driscoll, R. H., & Buckle, K. A., The thin-layer drying characteristics of garlic slices. *Journal of*  *Food Engineering* (1996), 29, 75–97; [23] Janjai, S., Mahayothee, B., Lamlert ,N., Bala, B.K., Precoppe M., Nagle, M., Müller, J., Diffusivity, shrinkage and simulated drying of litchi fruit (Litchi Chinensis Sonn.), *Journal of Food Engineering*(2009),doi:10.1016/j.jfoodeng. 2009.07.015;

[24] Maskan, M., & Gogus, F., Sorption isotherms and drying characteristics of mulberry (Morus alba). *Journal of Food*  *Engineering* (1998), 37, 437–449; [25] Guillard V., Broyart B., Guilbert S., Bonazzi C., Gontard N., Moisture diffusivity and transfer modelling in dry biscuit, *Journal of Food Engineering* (2004)., 64, 81–87;

[26] Da Silva C. K. F., Da Silva Z. E., Mariani, V. C., Determination of the diffusion coefficient of dry mushrooms using the inverse method, *Journal of Food Engineering* (2009), 95, 1-10.